

# 算法导论习题选集

## 练习 1-2

节选自《算法导论》教材第三版

课程网站：<https://algorithm.cuijiacai.com>

## Problem 1

使用数学归纳法证明: 当  $n$  刚好是 2 的幂时, 以下递归式的解是  $T(n) = n \log n$ 。

$$T(n) = \begin{cases} 2 & \text{if } n = 2 \\ 2T(n/2) + n & \text{if } n = 2^k, k > 1 \end{cases}$$

## Problem 2

回顾查找问题（参见练习 1-1 问题 1），注意到，如果序列  $A$  已经排好序，就可以将该序列的中点与  $v$  进行比较。根据比较的结果，原序列中有一半就可以不用再做进一步的考虑了。二分查找算法重复这个过程，每次都把序列剩余部分的规模减半。为二分查找写出迭代或递归的伪代码。证明：二分查找的最坏情况运行时间为  $\Theta(\log n)$ 。

### Problem 3

注意到第一讲 PPT 第 9 页 (教材 2.1 节) 中过程 INSERTION-SORT 的第 5-7 行的 **while** 循环采用一种线性查找来 (反向) 扫描已排好序的子数组  $A[1..j-1]$ 。我们可以使用二分查找 (参见练习 1-2 问题 2) 来把插入排序的最坏情况总运行时间改进到  $\Theta(n \log n)$  吗?

## Problem 4

描述一个运行时间为  $\Theta(n \log n)$  的算法, 给定  $n$  个整数的集合  $S$  和另一个整数  $x$ , 该算法能确定  $S$  中是否存在两个其和刚好为  $x$  的元素。