

# 算法导论习题选集

## 练习 5-1

节选自《算法导论》教材第三版

课程网站：<https://algorithm.cuijiacai.com>

## Problem 1

证明: 含  $n$  个元素的堆的高度为  $\lceil \log n \rceil$ 。

## Problem 2

证明: 当用数组表示存储  $n$  个元素的堆时, 叶结点下标分别是

$$\lfloor n/2 \rfloor + 1, \lfloor n/2 \rfloor + 2, \dots, n$$

## Problem 3

参考过程 MAX-HEAPIFY (见第 3 讲 PPT 第 13 页), 写出能够维护相应最小堆的

MIN-HEAPIFY( $A, i$ )

的伪代码, 并比较 MIN-HEAPIFY 与 MAX-HEAPIFY 的运行时间。

## Problem 4

证明: 对一个大小为  $n$  的堆, MAX-HEAPIFY 的最坏情况运行时间为  $\Omega(\log n)$ 。(提示: 对于  $n$  个结点的堆, 可以通过对每个结点设定恰当的值, 使得从根结点到叶结点路径上的每个结点都会递归调用 MAX-HEAPIFY。)

## Problem 5

对于 BUILD-MAX 中第 2 行的循环控制变量  $i$  来说,为什么我们要求它是从  $\lfloor A.length/2 \rfloor$  到 1 递减,而不是从 1 到  $\lfloor A.length/2 \rfloor$  递增呢?

## Problem 6

证明: 对于任一包含  $n$  个元素的堆中, 至多有  $\lceil n/2^{h+1} \rceil$  个高度为  $h$  的结点。

## Problem 7

试分析在使用下列循环不变式时, HEAPSORT (详见第 5 讲 PPT 第 21 页) 的正确性:

在算法的第 2 到 5 行 **for** 循环每次迭代开始时, 子数组  $A[1..i]$  是一个包含了数组  $A[1..n]$  中前  $i$  小元素的<sup>1</sup>最大堆, 而子数组  $A[i + 1..n]$  包含了数组  $A[1..n]$  中已排好序的前  $n - i$  大元素。