

# 算法导论习题选集

## 练习 7-1

节选自《算法导论》教材第三版

课程网站：<https://algorithm.cuijiacai.com>

## Problem 1

在一棵比较排序算法的决策树中, 一个叶结点可能的最小深度是多少?

## Problem 2

不用斯特林公式, 给出  $\log n!$  的渐进紧确界。利用作业 6-1 问题 3 第 4 问中涉及的技术来求累加和  $\sum_{k=1}^n \log k$ 。

### Problem 3

证明: 对于  $n!$  种长度为  $n$  的输入中的至少一半, 不存在能达到线性运行时间的比较算法。如果只要求对  $1/n$  的输入达到线性时间呢?  $1/2^n$  呢?

## Problem 4

假设现在有一个包含  $n$  个元素的待排序序列。该序列由  $n/k$  个子序列组成，每个子序列包含  $k$  个元素。一个给定子序列中的每个元素都小于其后继子序列中的所有元素，且大于其先驱子序列中的每个元素。因此，这个长度为  $n$  的序列的排序转化为对  $n/k$  个子序列中的  $k$  个元素的排序。试证明：这个排序问题中所需比较次数的下界是  $\Omega(n \log k)$ 。（提示：简单地将每个子序列的下界进行合并是不严谨的。）

## Problem 5

试证明 COUNTING-SORT (详见第 7 讲 PPT 第 11 页) 是稳定的 (详见第 7 讲 PPT 第 15 页)。

## Problem 6

假设我们在 COUNTING-SORT (详见 [第 7 讲 PPT 第 11 页](/slides/lec07-sorting-in-linear-time.pdfpage=11)) 的第 10 行循环的开始部分, 将代码改写为

```
10 for  $j = 1$  to  $A.length$ 
```

试证明该算法仍然是正确的。它还稳定吗?

## Problem 7

设计一个算法,它能够对于任何给定的介于 0 到  $k$  之间的  $n$  个整数先进行预处理,然后在  $O(1)$  时间内回答输入的  $n$  个整数中有多少个落在区间  $[a..b]$  内。你设计的算法与处理时间应为  $\Theta(n+k)$ 。